5. Les avantages dans le modèle a deux pays

Le cadre est celui du "modèle à deux pays" : On abandonne la restriction de la "petite économie ouverte" pour un "modèle à deux pays". Les deux pays, pris ensembles, représentent le monde : Le Nord et le Sud, les préteurs et les emprunteurs, ici le pays Chapeau et le pays Tilde. Ensembles ils déterminent le capital par tête et le taux d'intérêt mondial. C'est un modèle d'équilibre général.

5.1 Le modèle de Solow à deux pays

On suppose le pays Chapeau plus économe ($\hat{s} > \tilde{s}$) donc plus riche que le pays Tide. La taille relative du pays chapeau dans le monde est $\hat{\eta} = \hat{N}/\left(\tilde{N} + \hat{N}\right)$. La richesse par tête ($a = A/N$) est composée de capital domestique ($k = K/N$) et d'actifs nets étrangers, ($e = E/N$) est le NIIP par tête.

$$\hat{a} = \hat{k} + \hat{e} \qquad \text{et} \qquad \tilde{a} = \tilde{k} + \tilde{e} \tag{1}$$

Les deux pays ont les mêmes paramètres n, δ, A et la même fonction de production néoclassique.

$$\hat{q} = f\left[\hat{a} - \hat{e}\right] \qquad \text{et} \qquad \tilde{q} = f\left[\tilde{a} - \tilde{e}\right] \tag{2}$$

L'intégration implique le même taux d'intérêt $R = r + \delta$, et puisqu'ils ont la même fonction de production, l'intégration conduit au même capital par tête, et au même taux de salaire. Enfin, dans ce cadre "à deux pays", le prêt de l'un est l'emprunt de l'autre $\tilde{E} = -\hat{E}$:

$$f'\left[\hat{a} - \hat{e}\right] = R = f'\left[\tilde{a} - \tilde{e}\right] \tag{3}$$

$$\hat{k} = k = \tilde{k} \tag{4}$$

$$f\left[\hat{a} - \hat{e}\right] - R.\left(\hat{a} - \hat{e}\right) = w = f\left[\tilde{a} - \tilde{e}\right] - R.\left(\tilde{a} - \tilde{e}\right) \tag{5}$$

$$\tilde{\eta}\tilde{e} = -\hat{\eta}\hat{e} \tag{6}$$

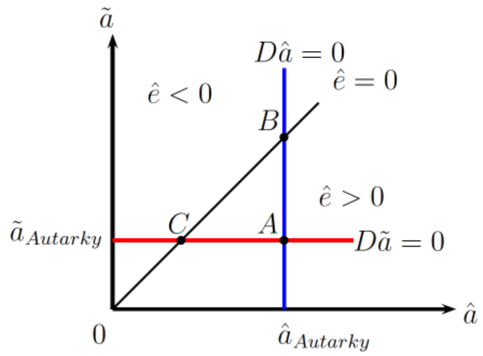
Il est important de distinguer le capital financier (la richesse) a_t , et le capital productif k_t , et de distinguer le PIB q et le PNB $y = q + R.e = w + R.k + R.e = w + R.a$. Comme Ruffin (1979) on suppose que la dynamique du modèle vient de Solow. Chaque pays a un taux d'épargne exogène constant.

$$\begin{cases} D\hat{a} = \hat{s}\left(w + R\hat{a}\right) - \left(n + \delta\right)\hat{a} \\ D\tilde{a} = \tilde{s}\left(w + R\tilde{a}\right) - \left(n + \delta\right)\tilde{a} \end{cases} \tag{7}$$

5.1.1 L'état régulier en économie intégrée

A l'état régulier $D\hat{a} = 0$ et $D\tilde{a} = 0$. On ne peut pas résoudre le modèle. On examine l'existence l'unicité et la stabilité de l'état régulier dans un diagramme de phase. On représente $D\hat{a} = 0$ et $D\tilde{a} = 0$ dans le plan $\left(\tilde{a}, \hat{a}\right)$. Pour cela il nous faut un point par lequel passent $D\hat{a} = 0$ et $D\tilde{a} = 0$ et il nous faut la pente de $D\hat{a} = 0$ et $D\tilde{a} = 0$.

Un point naturel est l'autarcie. En autarcie on a $\hat{e} = 0$. L'inverse n'est pas vrai et la droite $\hat{e} = 0$ dans le plan $\left(\tilde{a}, \hat{a}\right)$ décrit aussi tous les couples $\left(\tilde{a}, \hat{a}\right)$ compatibles avec une absence de flux de capitaux sous le régime d'intégration du marché du capital. Cette droite découle de l'équation (3) lorsque $\hat{e} = 0$, elle a une pente positive puisque une augmentation de $\hat{a}$ doit correspondre à une augmentation de $\tilde{a}$ pour éliminer toute incitation au capital à migrer et c'est une droite à 45° d'après notre hypothèse selon laquelle la fonction de production est identique dans les deux pays. On suppose le pays Chapeau plus riche que le pays Tide. En autarcie on a $\hat{a}_{autarky} > \tilde{a}_{autarky}$ et on obtient deux points sur la droite $\hat{e} = 0$, le point B pour le pays Chapeau et le point C pour le pays Tilde.



En autarcie $D\hat{a}$ est indépendant de $\tilde{a}$ puisque $\hat{a} = \hat{k}$ de même $D\tilde{a}$ est indépendant de $\hat{a}$ puisque $\tilde{a} = \tilde{k}$. Le lieu $D\hat{a} = 0$ est vertical et le lieu $D\tilde{a} = 0$ horizontal. Donc le point A est l'état régulier d'autarcie dans le plan $\left(\tilde{a}, \hat{a}\right)$.

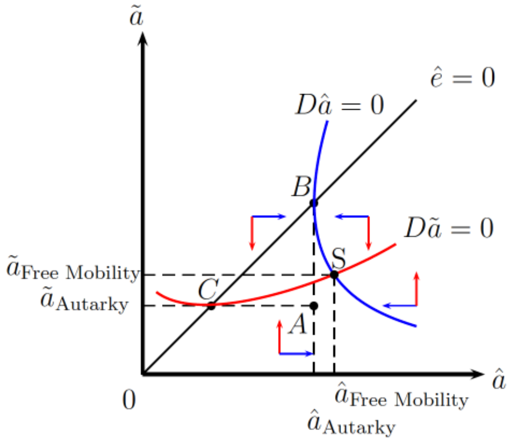
En Intégration, puisque le pays chapeau a plus de capital, le taux d'intérêt sera plus élevé dans le pays Tilde et le pays chapeau aura intérêt à investir dans le pays Tilde, le pays chapeau aura une créance nette $\hat{e} > 0$. Sous la courbe $\hat{e} = 0$ on a $\hat{e}$ positif le pays chapeau est préteur $\hat{e} > 0$ et le pays Tilde est emprunteur $\tilde{e} < 0$. C'est dans cette zone que nous travaillons par la suite.

Maintenant on détermine la pente de $D\hat{a} = 0$ et $D\tilde{a} = 0$ en intégration.

La différentiation de (7) donne : $\left.\dfrac{d\tilde{a}}{d\hat{a}}\right|_{D\hat{a}=0} = -\dfrac{\dfrac{\partial D\hat{a}}{\partial \hat{a}}}{\dfrac{\partial D\hat{a}}{\partial \tilde{a}}}$ et $\left.\dfrac{d\tilde{a}}{d\hat{a}}\right|_{D\tilde{a}=0} = -\dfrac{\dfrac{\partial D\tilde{a}}{\partial \hat{a}}}{\dfrac{\partial D\tilde{a}}{\partial \tilde{a}}}$ et on calcule

$$\left.\frac{d\tilde{a}}{d\hat{a}}\right|_{D\hat{a}=0} = -\frac{\hat{s}\left(R+\frac{\partial R}{\partial \hat{a}}\hat{e}\right)-(n+\delta)}{\hat{s}\frac{\tilde{\eta}}{\hat{\eta}}\frac{\partial R}{\partial \hat{a}}\hat{e}} \quad \text{et} \quad \left.\frac{d\tilde{a}}{d\hat{a}}\right|_{D\tilde{a}=0} = \frac{\tilde{s}\frac{\partial R}{\partial \hat{a}}\left(\frac{\hat{\eta}}{\tilde{\eta}}\hat{e}\right)}{\tilde{s}\left(R-\frac{\partial R}{\partial \hat{a}}\hat{e}\right)-(n+\delta)}$$

On montre que $D\hat{a}=0$ a une pente négative et $D\tilde{a}=0$ a une pente positive pour $\hat{e}>0$.
$D\hat{a}=0$ passe par le point B, a une pente négative pour $\hat{e}>0$ et positive pour $\hat{e}<0$.
$D\tilde{a}=0$ passe par le point C, a une pente positive pour $\hat{e}>0$ et négative pour $\hat{e}<0$.
Cela garantit l'existence et l'unicité de l'état régulier S au nord-ouest du point A.



Pour comprendre la dynamique de la Figure partons du point A, l'état régulier d'autarcie et supposons l'intégration du marché du capital. Le point A est dans la zone où $\hat{e}>0$ cela implique que le capital va migrer vers le pays Tilde. Le point A est en dessous de $D\tilde{a}=0$ cela implique que $\tilde{a}$ est plus petit que la valeur qui assure $D\tilde{a}=0$ et donc $D\tilde{a}>0$. Le point A est à gauche de $D\hat{a}=0$ cela implique que $D\hat{a}>0$. L'économie converge vers le point S, l'état régulier en intégration. Le résultat important est que l'intégration du marché du capital augmente la richesse des deux pays.
Proposition 1 (Ruffin 1979) : Dans le modèle de Solow l'état régulier en intégration est meilleur qu'en autarcie pour la richesse par tête.

5.1.2 Les deux pays gagnent en richesse, revenu et consommation

Pour que les richesses augmentent il faut que l'épargne augmente chez chacun et pour que l'épargne augmente dans le modèle de Solow, il faut que le revenu augmente[1]. De même, comme le taux d'épargne est constant si le revenu augmente la consommation augmente. Donc lorsque le taux d'épargne sur le revenu est constant, l'intégration augmente richesse revenu et consommation dans les deux pays. Que peut-on en déduire sur la répartition des revenus ?

Comme y=w+Ra et que les prix des facteurs évoluent différemment dans les deux pays,

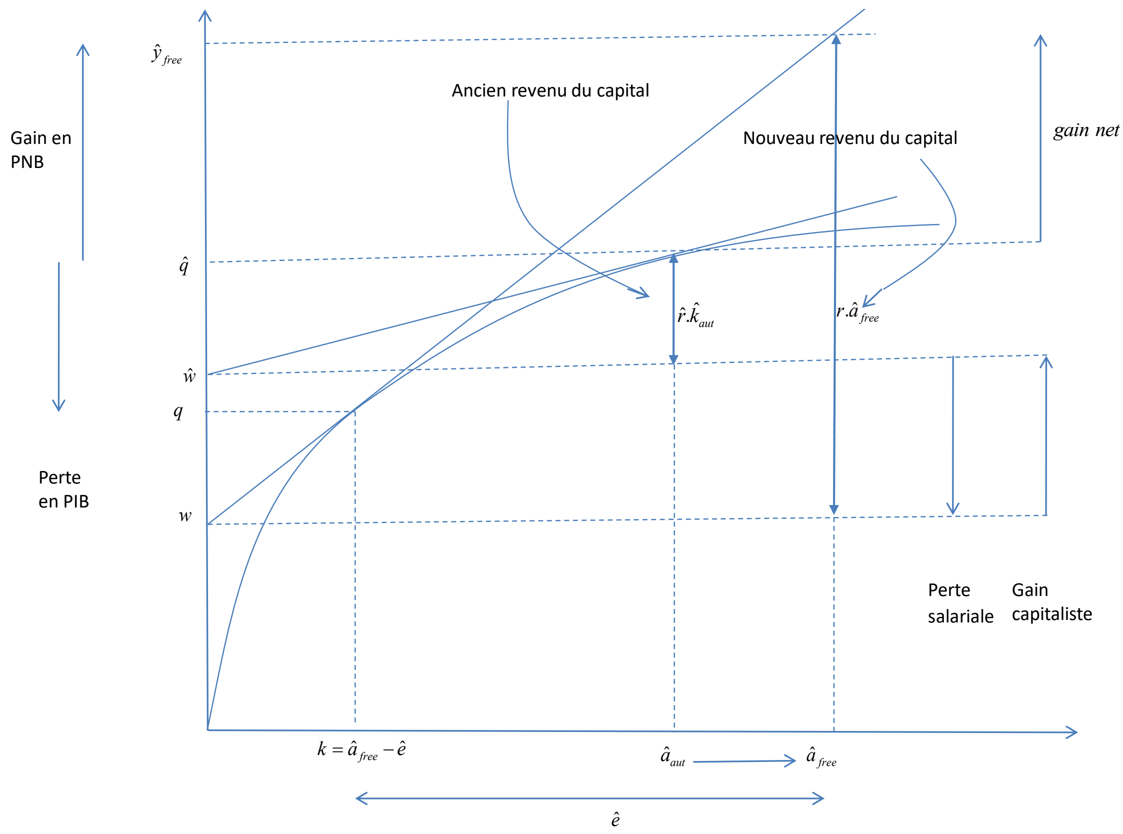
Cas Ruffin	y	=	w	+	R	a
Exportateur de capital	↗	=	↘	+	↗	↗
Importateur de capital	↗	=	↗	+	↘	↗

on en conclu que chez l'importateur de capital la baisse du taux d'intérêt est <u>compensée</u> par la hausse du salaire et de la richesse. Chez l'exportateur de capital, la hausse de la rente <u>compense</u>

[1] Inversement lorsque le taux d'épargne sur le revenu est constant, si a augmente, y augmente, à l'état régulier puisque le rapport richesse revenu est constant : $k/q = a/y = s/(n+\delta)$.

la baisse des salaires comme on l'illustre sur le graphe suivant. La courbe (fonction de production) représente les PIB (q) et la droite (pente = taux d'intérêt mondial) le PNB (y).

Figure 1 : Effets de l'intégration sur les revenus du pays prêteur



5.1.3 Mondialisation, répartition des revenus et avantages de l'intégration

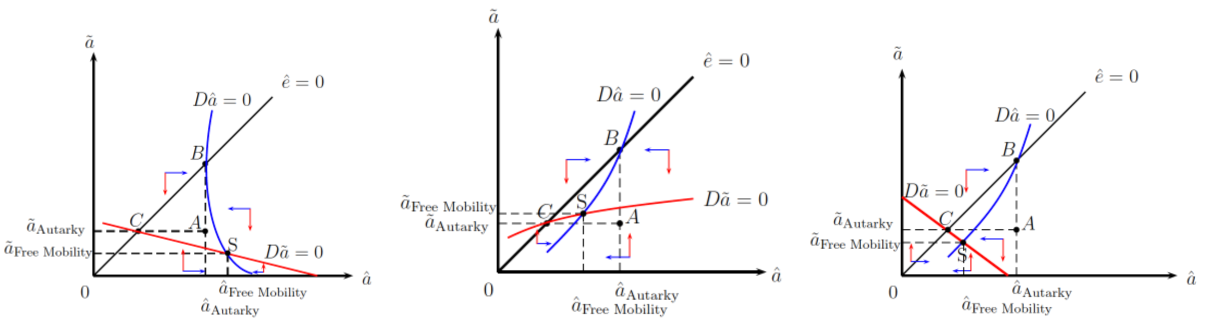
On constate que le gain de l'intégration se répartit différemment aux facteurs de production. En termes marxistes, les "travailleurs" perdent à la délocalisation du capital. Les "capitalistes" gagnent à l'augmentation de la rente. Sur les flèches à droite on voit que les capitalistes gagnent ce que les travailleurs perdent, et s'approprient le gain net de l'intégration. Mais l'agent représentatif du modèle néoclassique est à la fois travailleur et capitaliste, il gagne donc à l'intégration en termes de richesse, de revenu et de consommation.

On peut se demander si l'intégration est avantageuse dans la mesure où elle provoque des gagnants et des perdants. Dans les pays riches, les capitalistes gagnent à la hausse du taux de rendement du capital provoquée par l'intégration, mais la délocalisation du capital diminue les salaires. Cependant conclure qu'il n'y a pas d'avantage implique de faire la distinction marxiste entre les individus capitalistes et les prolétaires. Si ce sont les mêmes personnes qui à la fois détiennent le capital et fournissent le travail cette conclusion n'a plus lieu d'être. Si capital et travail sont fournis par l'agent représentatif du modèle néoclassique, alors seul compte l'augmentation du surplus global et l'intégration est avantageuse lorsqu'elle augmente le revenu.

On peut cependant supposer dans le modèle de Solow que l'épargne ne se fait que sur un seul revenu ; le profit ou le salaire. On peut alors montrer (voir Darreau Pigalle 2015) que :

- Cas 1. Si le pays pauvre épargne sur les profits et le pays riche sur les deux revenus ; le riche gagne mais le pauvre perd à l'intégration.
- Cas 2. Si les deux épargnent sur les salaires ; le riche perd et le pays pauvre gagne à l'intégration.
- Cas 3. Si le pays riche épargne sur les salaires et le pays pauvre épargne sur les profits ; les deux perdent à l'intégration.

Cas 1 Cas 2 Cas 3



Proposition 2 : Dans le modèle de Solow où le taux d'épargne est constant, l'intégration financière augmente la richesse d'un pays, seulement si l'épargne est proportionnelle au revenu qui augmente grâce à l'intégration : le salaire de l'emprunteur, le profit du préteur. Si l'emprunteur épargne sur le profit ou si le préteur épargne sur le salaire ils perdent en richesse à l'intégration du marché du capital.

Le cas 3 montre que tout le monde peut perdre à l'intégration financière. L'état régulier du monde peut passer du point A au point S où tout le monde est plus pauvre.

Conclusion :

Cette analyse avec le modèle de Solow (d'EG) à une limite : l'absence de comportement d'optimisation. Les comportements sont décrits par les deux équations dynamique (7) et par la relation d'arbitrage (3). Les équations (7) déterminent a* et le partage entre e et k se fait par (3) . Dans un modèle d'optimisation les fonctions d'utilité déterminent les épargnes et la condition d'équilibre permet de déterminer k*.

On a déjà (§4.1.3) expliqué l'impossibilité de développer un modèle de Ramsey en économie ouverte avec des comportements d'épargne différents. Une analyse où les deux pays/agents n'ont pas la même préférence pour le présent est impossible avec le modèle d'AR, car l'agent le plus économe détiendra à terme tout le capital et le moins économe ne vivra que de son travail (Becker (1980). En économie ouverte l'accumulation se poursuit jusqu'à ce que le taux d'intérêt égalise la plus petite préférence pour le présent $\tilde{\rho} > r = \hat{\rho}$ et alors à l'état régulier $D\hat{c} = 0$ mais $D\tilde{c} < 0$ et la consommation du pays impatient tend vers zéro. Le pays impatient s'endette, à la fin il ne détient plus rien et ne consomme plus rien. Cette analyse est cependant possible dans le modèle à générations imbriquées.

Dans le modèle à générations imbriquées ce sont effectivement les mêmes personnes qui vivent de leur travail et de leur capital, mais pas au même moment. La conclusion de savoir si l'intégration est avantageuse, dépend donc de la préférence pour le présent de l'agent. C'est ce que nous allons examiner.

5.2 Le modèle de générations imbriquées a deux pays

On reste dans le même modèle à deux pays, mais cette fois avec optimisation. Cependant dans le modèle à générations imbriquées l'épargne se fait sur le salaire.

5.2.1 Le modèle

Dans le modèle GI les contraintes budgétaires des jeunes et des vieux sont :

$$c_t^j + s_t = w_t \qquad c_{t+1}^v = \left(1+r_{t+1}\right).s_t \tag{8}$$

On suppose que la fonction d'utilité instantanée est la fonction log :

$$V_t = \ln c_t^j + \frac{\ln c_{t+1}^v}{1+\rho} \tag{9}$$

On suppose que la fonction de production est une Cobb-Douglas avec $k_t = K_t / L_t$

$$f(k_t) = Ak^\alpha \tag{10}$$

On suppose deux pays Tilde et Chapeau dont les variables et paramètres sont surmontées d'un tilde et d'un chapeau. Les variables ont un double tilde/chapeau en économie fermée $\left(\tilde{\tilde{x}}, \hat{\hat{x}}\right)$, un simple tilde/chapeau en économie ouverte $\left(\tilde{x}, \hat{x}\right)$.

Comme chez Buiter (1981) les deux pays sont en tous points identiques, ils ne diffèrent que par le taux de préférence pour le présent[2] :

$$\tilde{\rho} > \hat{\rho} \tag{11}$$

Le pays Chapeau (la Chine) est plus économe. On pourrait supposer comme Eugeni (2015) qu'un pays (la Chine/Chapeau) a un système de retraite par capitalisation et l'autre (les USA/Tilde) a un système par répartition. Ou encore que Tilde/USA a une dette publique, pas Chapeau/Chine.

Pour simplifier on suppose que les populations sont de taille égale et que $\tilde{N}_t = \hat{N}_t = N_t = L_t$.

En autarcie

En autarcie la richesse de chaque pays est égale à son stock de capital $A_t = K_t$ et en divisant par N_t la richesse par travailleur dans chaque pays est :

$$\hat{\hat{a}}_t = \hat{\hat{k}}_t \qquad \text{et} \qquad \tilde{\tilde{a}}_t = \tilde{\tilde{k}}_t \tag{12}$$

Dans chaque pays l'accroissement de la richesse est égal à l'épargne des jeunes moins la désépargne des vieux, qui consomment (ils sont égoïstes) toute leur richesse. Pour le pays tilde:

$$\tilde{\tilde{A}}_{t+1} - \tilde{\tilde{A}}_t = N_t \tilde{\tilde{s}}_t - \tilde{\tilde{A}}_t \quad \text{soit} \quad \tilde{\tilde{A}}_{t+1} = N_t \tilde{\tilde{s}}_t \text{ ou encore } \left(1+n\right)\tilde{\tilde{a}}_{t+1} = \tilde{\tilde{s}}_t$$

Les conditions d'équilibre du marché du capital dans chaque économie fermée sont donc :

$$\hat{\hat{s}}_t = \left(1+n\right)\hat{\hat{k}}_{t+1} \quad et \quad \tilde{\tilde{s}}_t = \left(1+n\right)\tilde{\tilde{k}}_{t+1} \tag{13}$$

En maximisant (9) sous (8) on déduit l'épargne des jeunes :

$$\hat{\hat{s}}_t = \frac{\hat{\hat{w}}_t}{2+\hat{\rho}} \quad et \quad \tilde{\tilde{s}}_t = \frac{\tilde{\tilde{w}}_t}{2+\tilde{\rho}} \tag{14}$$

En maximisant le profit du producteur sous (10) on obtient le prix des facteurs :

$$\hat{\hat{w}}_t = (1-\alpha)A\hat{\hat{k}}_t^\alpha \quad et \quad \tilde{\tilde{w}}_t = (1-\alpha)A\hat{\hat{k}}_t^\alpha \tag{15}$$

[2] Il est nécessaire pour obtenir un état régulier que les taux de croissance de la population soient identiques, mais il serait intéressant de faire différer les pays par N, et par A.

$$\hat{\hat{r}}_t = \alpha A \hat{\hat{k}}_t^{\alpha-1} - \delta \qquad et \qquad \tilde{\tilde{r}}_t = \alpha A \tilde{\tilde{k}}_t^{\alpha-1} - \delta \tag{16}$$

En résolvant l'équation de récurrence obtenue à partir de (13)(14)(15) on obtient le capital d'état régulier en autarcie, et comme $\tilde{\rho} > \hat{\rho}$:

$$\hat{\hat{k}} = \left(\frac{(1-\alpha)A}{(1+n)(2+\hat{\rho})} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad > \qquad \tilde{\tilde{k}} = \left(\frac{(1-\alpha)A}{(1+n)(2+\tilde{\rho})} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{17}$$

En autarcie à l'état régulier, le pays tilde est plus impatient, il épargne moins $\hat{\hat{s}} > \tilde{\tilde{s}}$ et il a un capital plus faible $\hat{\hat{k}} > \tilde{\tilde{k}}$, un salaire plus faible $\hat{\hat{w}} > \tilde{\tilde{w}}$ un taux d'intérêt plus élevé $\tilde{\tilde{r}} > \hat{\hat{r}}$ il produit moins $\hat{\hat{q}}_t > \tilde{\tilde{q}}_t$ et il est plus pauvre $\hat{\hat{a}}_t > \tilde{\tilde{a}}_t$.

En économie ouverte

Les agents en économie ouverte, ont la possibilité de détenir des actifs étrangers. Notons E le montant net détenu. La richesse d'un pays en t est donc $A_t = K_t + E_t$ et en divisant par N_t la richesse par travailleur dans chaque pays est[3] :

$$\tilde{a}_t = \tilde{k}_t + \tilde{e}_t \qquad\qquad \hat{a}_t = \hat{k}_t + \hat{e}_t \tag{18}$$

Nous supposons que les créances sur le capital du pays et sur le capital étranger sont parfaitement substituables sans coûts et rapportent donc le même taux de rendement r. L'arbitrage mondial implique que le taux d'intérêt mondial va se fixer "entre" le taux d'intérêt du pays chapeau et du pays tilde. $\tilde{\tilde{r}} > r > \hat{\hat{r}}$. Puisque $r > \hat{\hat{r}}$ les agents du pays Chapeau préfèrent prêter leur épargne sur le marché mondial du capital (au agents du pays Tilde), le pays Chapeau est préteur net, $\hat{e} > 0$. Inversement puisque $\tilde{\tilde{r}} > r$ les agents du pays Tilde sont emprunteurs net $\tilde{e} < 0$. Avec deux pays le prêt des uns est l'emprunt des autres et donc :

$$\tilde{e}_t < 0, \qquad \hat{e}_t > 0, \qquad \tilde{e}_t = -\hat{e}_t, \qquad \forall t \tag{19}$$

Puisque à l'équilibre d'arbitrage le taux d'intérêt devient identique dans chaque pays, l'arbitrage et (16) implique que le capital par tête l'est aussi[4] :

$$\tilde{k}_t = \hat{k}_t = k_t \tag{20}$$

Cela ne veut pas dire que les deux pays ont la même richesse et le même revenu. En économie ouverte, il est important de distinguer le capital financier possédé, a_t et le capital productif nationalement k_t et de distinguer le PIB $q_t = A k_t^{\alpha}$ et le PNB $y_t = q_t + R_t.e_t$ où $R = r + \delta$

On déduit de ce qui précède :

$$\hat{a}_t > \tilde{a}_t, \qquad \hat{q}_t = \tilde{q}_t, \qquad \hat{y}_t > \tilde{y}_t \tag{21}$$

L'équation (20) implique qu'en économie ouverte :

$$\tilde{w}_t = \hat{w}_t = w_t \qquad et \qquad \tilde{r}_t = \hat{r}_t = r_t \tag{22}$$

---

[3] La richesse des agents du pays tilde est $\tilde{a}_t = \tilde{\gamma}\tilde{k}_t + (1-\hat{\gamma})\hat{k}$ où $\tilde{\gamma}\tilde{k}_t$ est le capital du pays Tilde détenu par les Tildois et $(1-\hat{\gamma})\hat{k}$ est le capital du pays Chapeau net détenu par les Tildois. Le pays tilde prête : $(1-\hat{\gamma})\hat{k}$, emprunte $(1-\tilde{\gamma})\tilde{k}_t$. Donc le prêt net du pays tilde est $\tilde{e}_t = (1-\hat{\gamma})\hat{k} - (1-\tilde{\gamma})\tilde{k}_t$

[4] L'égalité des niveaux de productivités est cruciale pour obtenir l'égalité des k, sinon $\tilde{k}_t = \left(\frac{\tilde{A}}{\hat{A}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \hat{k}_t$

La consommation en économie ouverte (pour le pays tilde)

En économie ouverte l'épargne est égale à $\tilde{s}_t = (1+n)\tilde{a}_{t+1}$. La consommation des jeunes est :

$$\tilde{c}_t^j = w_t - \tilde{s}_t = (1-\alpha)Ak_t^\alpha - (1+n)\tilde{a}_{t+1} \qquad (23)$$

Celle des vieux : $\tilde{c}_{t+1}^v = (1+r_{t+1})\tilde{s}_t$ *et* $\tilde{c}_{t+1}^v = (1+r_{t+1})(1+n)\tilde{a}_{t+1}$, et en t :

$$\frac{\tilde{c}_t^v}{(1+n)} = (1+r_t)\tilde{a}_t \qquad (24)$$

La consommation totale en t, est donc :

$$\tilde{c}_t = \left[\tilde{c}_t^j + \frac{\tilde{c}_t^v}{1+n}\right] = (1-\alpha)Ak_t^\alpha - (1+n)\tilde{a}_{t+1} + (1+r_t)\tilde{a}_t \qquad (25)$$

Balance commerciale (pour le pays tilde)

Par définition : $\tilde{Z}_t = (\tilde{X}_t - \tilde{M}_t) = \tilde{Q}_t - \tilde{C}_t - \tilde{I}_t = N_t f(k_t) - \tilde{c}_t^j N_t - \tilde{c}_t^v N_{t-1} - (K_{t+1} - K_t + \delta K_t)$

En divisant par N_t : $\tilde{z}_t = f(k_t) - \tilde{c}_t - [(1+n)k_{t+1} - (1-\delta)k_t]$ (26)

Le compte courant

Identité comptable 1 : $C\tilde{C}_t = \tilde{Z}_t + R_t\tilde{E}_t = \tilde{Z}_t + R_t(\tilde{A}_t - K_t)$, en divisant par N_t :

$$c\tilde{c}_t = \tilde{z}_t + R_t(\tilde{a}_t - k_t) \qquad (27)$$

En remplaçant $\tilde{z}_t$ par (26) et $f(k_t) = w_t + R_t k_t$, on obtient l'identité comptable 4 :

$$c\tilde{c}_t = w_t + R_t\tilde{a}_t - \tilde{c}_t - [(1+n)k_{t+1} - (1-\delta)k_t] \qquad (28)$$

On peut aussi l'écrire comme l'excès de l'épargne nette sur l'investissement net (identité comptable 3)

$$c\tilde{c}_t = \left[(1+n)\tilde{a}_{t+1} - (1-\delta)\tilde{a}_t\right] - [(1+n)k_{t+1} - (1-\delta)k_t] \qquad (29)$$

On peut aussi l'écrire comme l'augmentation de la détention de titres, (identité comptable 2) $C\tilde{C}_t = \tilde{E}_{t+1} - \tilde{E}_t + \delta\tilde{E}_t$ en divisant par N_t on obtient :

$$c\tilde{c}_t = (1+n)\tilde{e}_{t+1} - (1-\delta)\tilde{e}_t \qquad (30)$$

La condition d'équilibre et l'équation dynamique en économie ouverte

Dans chaque pays l'accroissement de la richesse est égal à l'épargne des jeunes moins la désépargne des vieux, qui consomment (ils sont égoïstes) toute leur richesse. Pour le pays tilde : $\tilde{A}_{t+1} - \tilde{A}_t = N_t\tilde{s}_t - \tilde{A}_t$ soit $\tilde{A}_{t+1} = N_t\tilde{s}_t$ ou encore : $\tilde{a}_{t+1} = k_{t+1} + \tilde{e}_{t+1} = \dfrac{\tilde{s}_t}{1+n} = \dfrac{w_t - \tilde{c}_t^j}{1+n}$

L'épargne pour chaque pays est :

$$\tilde{s}_t = (1+n)(k_{t+1} + \tilde{e}_{t+1}) = \frac{w_t}{2+\tilde{\rho}} \quad < \quad \hat{s}_t = (1+n)(k_{t+1} + \hat{e}_{t+1}) = \frac{w_t}{2+\hat{\rho}} \qquad (31)$$

La condition d'équilibre du marché du capital en économie ouverte devient :

$$\frac{\tilde{s}_t}{1+n} + \frac{\hat{s}_t}{1+n} = \tilde{k}_{t+1} + \tilde{e}_{t+1} + \hat{k}_{t+1} + \hat{e}_{t+1} \qquad (32)$$

Comme $\tilde{e}_{t+1} = -\hat{e}_{t+1}$ et $\tilde{k}_{t+1} = \hat{k}_{t+1} = k_{t+1}$ l'équation (32) devient :

$$\frac{\tilde{s}_t}{1+n} + \frac{\hat{s}_t}{1+n} = 2k_{t+1} \qquad (33)$$

En remplaçant l'épargne par sa valeur (31), on a :

$$k_{t+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{(1-\alpha) A k_t^{\alpha}}{(1+n)(2+\tilde{\rho})} + \frac{(1-\alpha) A k_t^{\alpha}}{(1+n)(2+\hat{\rho})} \right) \tag{34}$$

C'est une équation de récurrence qui décrit la dynamique du capital en économie ouverte.

5.2.2 État régulier

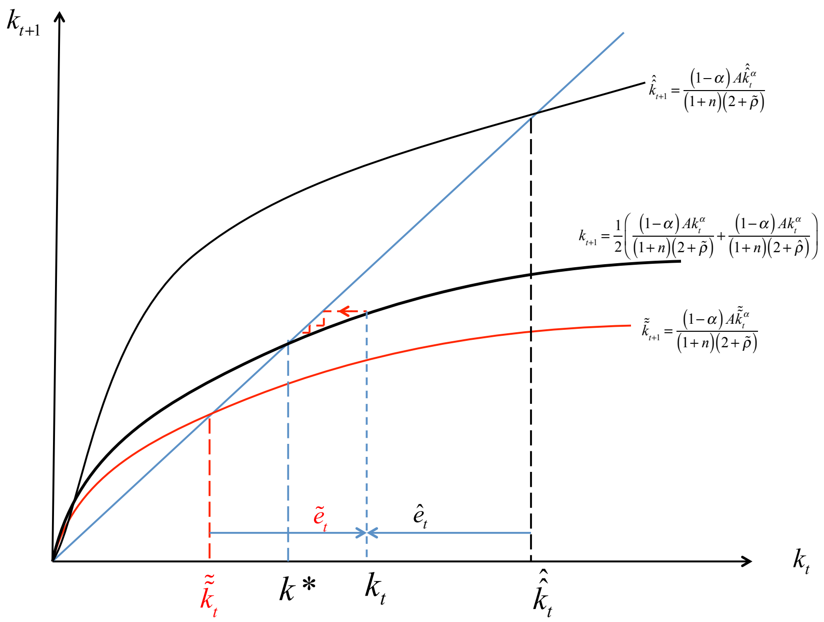
A l'état régulier $k_{t+1} = k_t$, en résolvant l'équation de récurrence on obtient le capital par tête d'état régulier en économie ouverte :

$$k^* = \left(\frac{(1-\alpha) A}{2(1+n)(2+\tilde{\rho})} + \frac{(1-\alpha) A}{2(1+n)(2+\hat{\rho})} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{35}$$

On montre[5] que $\hat{\hat{k}} > \frac{1}{2}\left(\hat{\hat{k}} + \tilde{\tilde{k}}\right) > k^* > \tilde{\tilde{k}}$ et que $\hat{\hat{q}} > q^* > \frac{1}{2}\left(\hat{\hat{q}} + \tilde{\tilde{q}}\right) > \tilde{\tilde{q}}$

La figure suivante suppose qu'avant l'ouverture (en t-1) les deux pays sont à l'état régulier.

Figure 2 : Économies fermées et économie ouverte en OLG



5

$\alpha \in]0,1[$ on a $\frac{1}{1-\alpha} > 1$ la fonction $X^{\frac{1}{1-\alpha}}$ est convexe : $\hat{\eta} \hat{X}^{\frac{1}{1-\alpha}} + (1-\hat{\eta}) \tilde{X}^{\frac{1}{1-\alpha}} > \left(\hat{\eta} \hat{X} + (1-\hat{\eta}) \tilde{X} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

$\alpha \in \left]0, \frac{1}{2}\right[$, $\frac{\alpha}{1-\alpha} < 1$ la fonction $X^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ est concave : $\left(\hat{\eta} \hat{X} + (1-\hat{\eta}) \tilde{X} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} > \hat{\eta} \hat{X}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + (1-\hat{\eta}) \tilde{X}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Si $\alpha \in \left]\frac{1}{2}, 1\right[$ la fonction est convexe et le produit par tête moyen diminue.

Pour le pays chapeau, préteur net $\hat{e} > 0$, son capital est plus faible dans l'économie ouverte. Les nationaux consacrent une partie de leur épargne à l'investissement à l'extérieur du territoire cela conduit à une diminution du capital productif dans le pays.
Pour le pays tilde, emprunteur net $\tilde{e} < 0$, son capital est plus élevé dans l'économie ouverte. Le capital productif dans le pays emprunteur est accru par l'épargne des étrangers qui vient s'investir dans le pays.

Le graphe illustre la dynamique transitoire. Lorsqu'à la date de l'ouverture (ici t) l'économie Chapeau prête $\hat{e}_t = -\tilde{e}_t$ au pays Tilde elle diminue son stock de capital, son taux de salaire et donc son épargne à la période suivante. Le phénomène inverse se réalise pour l'économie Tilde. L'épargne de Chapeau diminue (durant l'ajustement) plus que n'augmente celle de Tilde[6]. Globalement l'épargne totale diminue et donc $k_{t+1} < k_t$. Le capital converge vers k^* niveau inférieur à la moyenne des capitaux par tête d''autarcie.

A l'état régulier on a : $\tilde{a} = \dfrac{w - \tilde{c}^j}{1+n}$ et $\tilde{e} = \tilde{a} - k$, (36)

(27) devient : $c\tilde{c} = \tilde{z} + (r+\delta)\tilde{e}$ (37)

(28) devient : $c\tilde{c} = f(k) + (r+\delta)\tilde{e} - \tilde{c} - (n+\delta)k$ (38)

(29) devient : $c\tilde{c} = (n+\delta)(\tilde{a} - k)$ (39)

(30) devient : $c\tilde{c} = (n+\delta)\tilde{e}$ (40)

(26) devient : $\tilde{z} = f(k) - \tilde{c} - (n+\delta)k$ (41)

En utilisant (39),(37) : $\tilde{z} = (n-r)(\tilde{a} - k)$ (42)

(25) devient : $\tilde{c} = f(k) - (n+\delta)k - \tilde{z}$ (43)

où $\tilde{c} = \tilde{c}^j + \dfrac{\tilde{c}^v}{1+n}$ avec $\tilde{c}^j = (1-\alpha)Ak^\alpha - (1+n)\tilde{a}$, et $\dfrac{\tilde{c}^v}{1+n} = (1+\alpha Ak^{\alpha-1} - \delta)\tilde{a}$ (44)

Les équations (38) et (40) permettent de mettre en évidence l'investissement requis intérieur et extérieur : $f(k) + (r+\delta)\tilde{e} - \tilde{c} - (n+\delta)k - (n+\delta)e = 0$

5.2.3 Enseignements

Des équations $cc = (n+\delta)e$ et $z = (n-r)e$ on peut tirer les enseignements suivants.
A l'état régulier cc et e ont le même signe, mais pas nécessairement z et e.
- Un pays est prêteur $e > 0$ a un surplus du compte courant $cc > 0$.
- Un pays est emprunteur $e < 0$ a un déficit du compte courant $cc < 0$.
- cc a le même signe que z si $n > r$, est a le signe contraire si $n < r$.

Puisque par hypothèse et par arbitrage $\tilde{r} > r > \hat{r}$, il y a quatre possibilités pour l'économie mondiale :

[6] C'est du moins le cas avec la fonction Cobb-Douglas.

	Configuration des taux d'intérêt	Emprunt	Compte courant	Balance Commerciale	
1	$\tilde{r} > r > \hat{r} > n$	$\hat{e} > 0$ $\tilde{e} < 0$	$c\hat{c} > 0$ $c\tilde{c} < 0$	$\hat{z} < 0$ $\tilde{z} > 0$	Efficience mondiale et autarcique
2	$\tilde{r} > r > n > \hat{r}$	$\hat{e} > 0$ $\tilde{e} < 0$	$c\hat{c} > 0$ $c\tilde{c} < 0$	$\hat{z} < 0$ $\tilde{z} > 0$	Efficience mondiale et pays chapeau en inefficience autarcique
	$\tilde{r} > r = n > \hat{r}$	$\hat{e} > 0$ $\tilde{e} < 0$	$c\hat{c} > 0$ $c\tilde{c} < 0$	$\hat{z} = 0$ $\tilde{z} = 0$	Monde à la règle d'or et pays chapeau en inefficience autarcique
3	$\tilde{r} > n > r > \hat{r}$	$\hat{e} > 0$ $\tilde{e} < 0$	$c\hat{c} > 0$ $c\tilde{c} < 0$	$\hat{z} > 0$ $\tilde{z} < 0$	Inefficience mondiale et pays chapeau en inefficience autarcique
4	$n > \tilde{r} > r > \hat{r}$	$\hat{e} > 0$ $\tilde{e} < 0$	$c\hat{c} > 0$ $c\tilde{c} < 0$	$\hat{z} > 0$ $\tilde{z} < 0$	Inefficience mondiale et en autarcie pour les deux pays

Les lignes 1,2 nous donnent les résultats "naturels" (d'efficience dynamique $n < r$) :
Une dette d'état régulier $\tilde{e} < 0$ implique $\tilde{z} > 0$, un excédent commercial perpétuel.
Une créance d'état régulier $\hat{e} > 0$ implique $\hat{z} < 0$, un déficit commercial perpétuel.
La situation "naturelle" est celle du modèle d'agent représentatif où l'inefficience dynamique est exclue.
Proposition 3 : En efficience dynamique, une dette d'état régulier se « paye » logiquement par un excédent commercial perpétuel. Une créance d'état régulier se compense logiquement par un déficit commercial perpétuel. Les "global imbalances" sont insoutenables.

Le modèle de générations imbriquées nous permet d'examiner la situation d'inefficience dynamique. En situation d'inefficience dynamique mondiale (lignes 3 et 4) :
Une dette d'état régulier $\tilde{e} < 0$ va avec $\tilde{z} < 0$, un déficit commercial perpétuel.
Une créance d'état régulier $\hat{e} > 0$ va avec $\hat{z} > 0$, un excédent commercial perpétuel.
Proposition 4 : En inefficience dynamique une dette d'état régulier est associée à un déficit commercial perpétuel. Une créance d'état régulier est associée à un excédent commercial perpétuel. Dans ce cas les "global imbalances" des balances commerciales sont une situation d'état régulier et peuvent durer éternellement. La Chine/Chapeau peut rester éternellement créancière avec un excédent commercial et les USA/Tilde endettés avec un déficit commercial.

Il en est ainsi car en inefficience dynamique le pays emprunteur peut jouer à un jeu de Ponzi avec la dette externe. La croissance est si forte qu'il peut faire croitre sa dette à un taux supérieur au taux d'intérêt, tout en conservant éternellement un déficit commercial. Il rembourse facilement la charge de sa dette par la croissance de sa dette. Tout se passe comme si le pays n'avait pas de contrainte budgétaire intertemporelle. Cette situation étrange est analysée plus loin.

La patience n'est pas toujours récompensée

Le pays chapeau est le plus patient et il est prêteur à l'état régulier ($\hat{e} > 0$).
Les consommations sont : $\tilde{c} = Ak^{\alpha} - (n+\delta)k - \tilde{z}$ et $\hat{c} = Ak^{\alpha} - (n+\delta)k - \hat{z}$
On a donc $\tilde{c} + \tilde{z} = \hat{c} + \hat{z}$. La condition $\tilde{z} = -\hat{z}$ implique $\tilde{c} = \hat{c} + 2\hat{z}$
En efficience dynamique comme $\hat{e} > 0$ on a $\hat{z} < 0$ et donc $\tilde{c} < \hat{c}$ le préteur patient consomme plus que l'emprunteur impatient, la morale est sauve.
Mais en inefficience dynamique, on a $\hat{z} > 0$ et donc $\tilde{c} > \hat{c}$ c'est l'emprunteur impatient qui consomme plus que le préteur patient.

Proposition 5 : Dans le modèle OLG la richesse du prêteur (Chapeau) diminue.

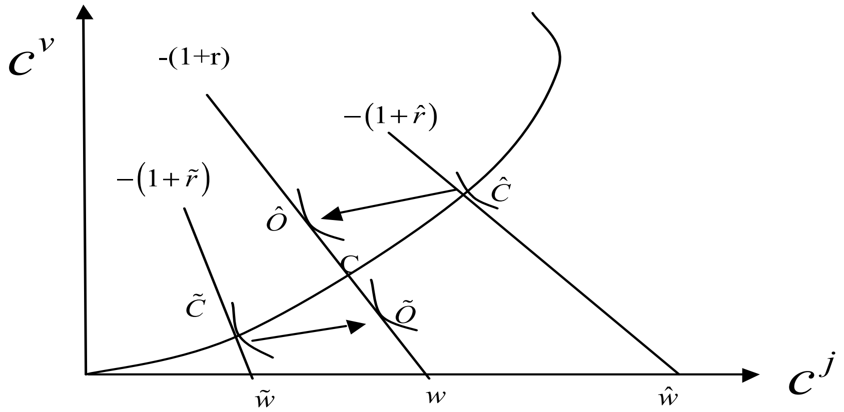
Le capital de chapeau baisse puisqu'il le prête, donc son salaire baisse ainsi que sa richesse :
Elle était $\hat{a} = \frac{\hat{\hat{w}}/(2+\hat{\rho})}{(1+n)}$ en autarcie, elle est $\hat{a} = \frac{w/(2+\hat{\rho})}{(1+n)}$ en intégration.
On a montré que dans le modèle de Solow avec un taux d'épargne fixe sur le salaire (c'est le cas ici dans le modèle OLG) la richesse du prêteur baissait. Il est difficile de se prononcer sur le revenu. Remarquons que puisque $y = w + Ra$ avec w qui baisse, a qui baisse mais R qui augmente il est difficile de se prononcer sur le revenu. Si R augmente considérablement est-il possible que y augmente ? Pour la consommation, $\hat{c}^j$ baisse puisque c'est une part du salaire qui baisse (c'est la caractéristique des jeunes patients), on devrait s'attendre à ce que $\hat{c}^v$ augmente mais l'équation (44) montre que ce n'est vrai que si le taux d'intérêt augmente considérablement (plus que a ne diminue).
Demandons-nous maintenant ce qu'il en est de l'utilité.

5.2.4 De l'économie fermée à l'économie ouverte

Dans ce modèle à GI l'augmentation de la consommation agrégée n'est pas identique à l'augmentation du bien-être. En effet tout dépend de la préférence pour le présent et de la consommation des jeunes et des vieux. L'équation (44) montre que si le pays est préteur, les jeunes voient leur salaire diminuer et les vieux voient le taux d'intérêt augmenter. La consommation des jeunes baisse, celle des vieux dépend de l'augmentation du taux d'intérêt.

Supposons nos deux économies Tilde et Chapeau dans la situation naturelle (néoclassique) de sous accumulation $r > n$. Rappelons que l'économie Tilde a un taux de préférence pour le présent plus élevé $\tilde{\rho} > \hat{\rho}$. Représentons la courbe des possibilités de consommation <u>d'économie fermée</u> pour les deux économies par la même courbe sur le graphique 1. Les deux économies ont la même Courbe des Possibilités de Consommation sur laquelle elles se placent en des équilibres différents (puisqu'elles ont des ρ différents et donc des k différents).

Figure 1 La CPC.



En autarcie :
L'économie Tilde, la plus impatiente, accumule peu, le capital par tête $\tilde{k}$ est faible, les salaires sont faibles, le taux d'intérêt est élevé ($\tilde{r}$) elle est en équilibre en $\tilde{C}$.

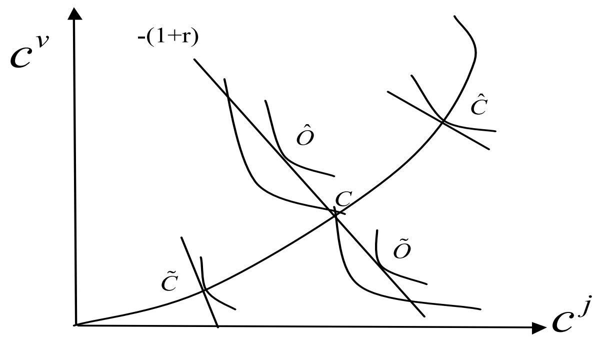
L'économie Chapeau, la plus patiente, accumule beaucoup, le capital par tête $\hat{k}$ est plus élevé, les salaires sont plus forts, le taux d'intérêt est plus faible, elle est en équilibre en $\hat{C}$.

Intégration :
L'intégration du marché du capital conduit à un taux d'intérêt unique dans le monde r (dont la pente est « entre »[7] les taux d'économie fermée), donc à un capital par tête identique $\tilde{k} = \hat{k} = k$, des PIB identiques $\tilde{q} = \hat{q} = q = f(k) = Ak^{\alpha}$ un même taux de salaire $\tilde{w} = \hat{w} = w$.
Un tel PIB conduirait en économie fermée à une consommation identique en C sur la contrainte de la CPC (malgré leur différence de gouts). L'intégration (comme dans le modèle de « commerce intertemporel ») permet de se libérer de la CPC au profit de la contrainte budgétaire. En économie ouverte l'économie Tilde, est en équilibre en $\tilde{O}$, les jeunes impatients consomment plus, les vieux moins. L'économie Chapeau, est en équilibre en $\hat{O}$, les jeunes patients consomment moins, les vieux plus. Cette déconnection de la consommation et de la production est permise par le commerce extérieur. L'équilibre des échanges internationaux implique $\tilde{z} = -\hat{z}$ et donc graphiquement que $\hat{O} - C = C - \tilde{O}$.

L'économie Tilde, la plus impatiente, emprunte $\tilde{e} < 0$ puisque $r < \tilde{r}$, augmente son capital par tête, elle est en équilibre en $\tilde{O}$. Elle a, à l'état régulier, un déficit du compte courant $c\tilde{c} < 0$ et un excédent de la balance commerciale $\tilde{z} > 0$[8] puisque $\tilde{r} > r > n$ et que $\tilde{z} = (n - r)(\tilde{e})$. Le taux d'intérêt mondial étant plus bas que le taux d'intérêt d'état régulier qui s'établirait dans le pays en autarcie, il est logique qu'il préfère s'ouvrir et s'endetter. Il est endetté à l'état régulier de long terme et doit donc exporter pour financer les intérêts payés sur la dette $c\tilde{c} = \tilde{z} + r\tilde{e}$.
L'économie Chapeau, la plus patiente, prête $\hat{e} > 0$ puisque $\hat{r} < r$, diminue son capital par tête, elle est en équilibre en $\hat{O}$. Elle a, à l'état régulier, un excédent du compte courant $c\hat{c} > 0$ et un déficit de la balance commerciale $\hat{z} < 0$ puisque $r > \hat{r} > n$ et que $\hat{z} = (n - r)(\hat{e})$. Le taux d'intérêt mondial étant plus haut que le taux d'intérêt d'état régulier qui s'établirait dans le pays en autarcie, il est logique qu'il préfère s'ouvrir et prêter. Il est créancier à l'état régulier de long terme et peut donc importer pour dépenser les intérêts gagnés sur sa créance $c\hat{c} = \hat{z} + r\hat{e}$.

Nous pouvons maintenant distinguer deux effets de l'intégration. L'effet de perte ou de gain en capital : la perte de capital pour l'économie chapeau la conduit de $\hat{C}$ à C, le gain en capital pour l'économie Tilde la conduit de $\tilde{C}$ à C. L'effet bénéfique de relâchement de la contrainte qui est la courbe des possibilités de consommation en économie fermée et qui devient la contrainte budgétaire en économie ouverte. Cet effet est positif sur le bien être des deux pays. Chacun passe de C à une courbe d'indifférence supérieure en $\hat{O}$ou $\tilde{O}$.

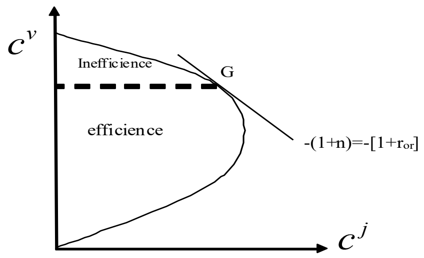
[7] Pas nécessairement la moyenne, mais la pente est supérieure à ($1+\tilde{r}$) à et inférieure à ($1+\hat{r}$).
[8] L'excédent ou le déficit se lit graphiquement selon la pente de la contrainte. Si la pente de la contrainte est forte (r>n) donc $\uparrow \tilde{c}^{j} < \downarrow \tilde{c}^{v}$ il y a donc un excédent commercial : $\tilde{z} = C\tilde{O}$



Mais dans le cas que nous venons d'étudier l'économie Chapeau, la plus patiente, voit son bien-être diminuer au total. Ce résultat s'explique par l'effet de perte en capital, qui était ignoré de la théorie du « commerce intertemporel ».
Mais évidemment si cette économie était en inefficience dynamique cette diminution du capital excédentaire serait bénéfique. Le fait que le pays soit ou non en inefficience dynamique est donc un autre critère essentiel pour analyser les gains de l'intégration. Les modifications du revenu entre les jeunes et les vieux, liées aux modifications du taux d'intérêt en est un autre. Il nous faut donc étudier plus avant les gains de l'intégration vis à vis de ces deux questions.

5.3 Les gains de l'intégration en générations imbriquées

Les gains de l'intégration du marché du capital dans le modèle OLG ont été étudiés graphiquement par Buiter (1981) à l'aide de la courbe des possibilités de consommation du modèle OLG. Nous montrons qu'ils dépendent des situations autarciques des pays vis-à-vis de la règle d'or.



5.3.1 L'analyse de Buiter

Buiter examine le cas où l'équilibres d'autarcie est en efficience dynamique $\tilde{r} > r > \hat{r} > n$ (ligne1) et Buiter distingue deux cas : une faible ou une forte augmentation du taux d'intérêt.

Fig : Faible augmentation de r

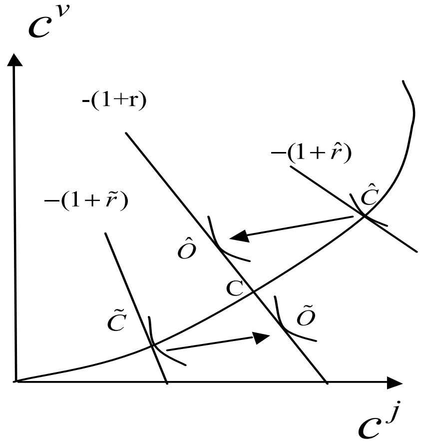
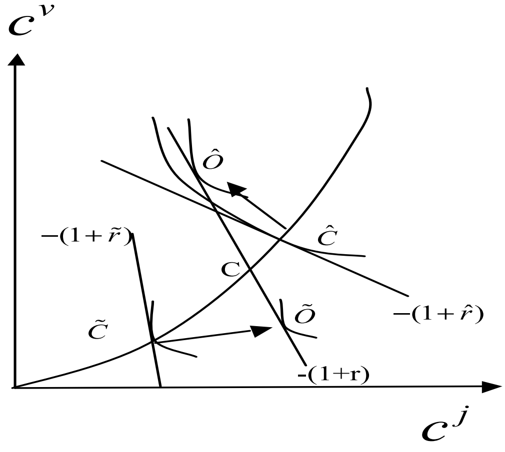


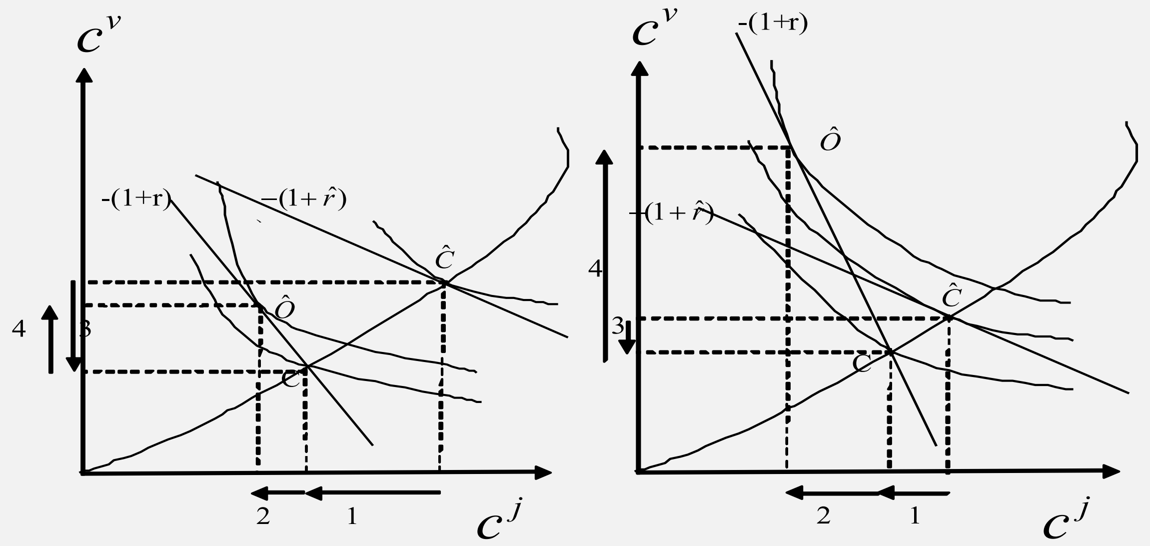
Fig : Forte augmentation de r



1) L'intégration augmente **faiblement** le taux d'intérêt pour le pays préteur. $r \geq \hat{r}$
L'économie Tilde, qui voit son capital augmenter a toujours un niveau d'utilité supérieur. L'économie Chapeau, qui voit son capital diminuer a, sur la figure de gauche, un niveau d'utilité inférieur. Malgré le fait qu'elle peut prêter à un taux d'intérêt mondial (légèrement) supérieur, la diminution de son capital diminue fortement la consommation des jeunes qui vivent de leurs salaires. L'intégration du marché du capital implique une détérioration du bien être.

2) L'intégration augmente **fortement** le taux d'intérêt pour le pays préteur. $r \gg \hat{r}$
Sur la figure de droite, le taux d'intérêt mondial est fortement supérieur à $\hat{r}$, le niveau d'utilité du pays préteur est supérieur à son niveau en autarcie. Le fait que l'économie Chapeau puisse prêter à un taux d'intérêt mondial supérieur, augmente le revenu des vieux plus que la baisse du capital ne diminue le revenu des jeunes. Globalement il y a un gain en bien être à long terme de l'intégration. (On conteste ce graphe un peu plus loin)

Pour l'économie Tilde il y a sans ambiguïté une amélioration. On analyse la situation plus ambiguë, selon Buiter, de l'économie Chapeau dans les deux cas (d'une forte ou faible augmentation du taux d'intérêt) en distinguant 4 effets numérotés sur la figure ci-dessous :



Les consommations dépendent de k (qui diminue) et de e (qui augmente) :

$$c^j = (1-\alpha)k^\alpha - (1+n)(k+e) = w(k) - (1+n).k - (1+n).e$$

$$c^v = (1+n)\big(1+r(k)\big)(k+e)$$

Entre $\hat{C}$ et C on observe le seul effet (1 et 3) de la variation de k sur la consommation, et entre C et $\hat{O}$ on observe le seul effet (2 et 4) de e sur la consommation. Seul l'effet 4 est positif sur la consommation des vieux.
L'effet de perte en k : L'effet de perte en k est de diminuer les salaires et d'augmenter le taux d'intérêt. La consommation des jeunes diminue (1) puisque w(k) diminue et la consommation des vieux diminue (3) puisque le revenu du capital « interne » r(k).k diminue.
L'effet de la hausse de e : Les jeunes voient leur consommation diminuer (2) de $-(1+n)e$, puisqu'ils épargnent pour acheter des titres étrangers. Les vieux voient leur consommation augmenter (4) de $(1+r)e$ puisqu'ils reçoivent le revenu de ce capital « externe ».

Remarque : entre C et $\hat{O}$ on observe l'effet du déficit commercial. Le solde commercial peut être réécrit ainsi : $z = (n-r)e = (1+n)e - (1+r)e$. Le premier terme correspond à la diminution de la consommation des jeunes le second à l'augmentation de celle des vieux. Comme r > n on a z < 0.

Buiter prétend que les effets de l'intégration sont ambigus. L'intégration ne conduit pas nécessairement à un gain en Bien Etre au niveau mondial. De plus dans les pays riches seuls les vieux du pays riche jouissent d'un effet positif (4) sur leur consommation de l'intégration du marché du capital. Les jeunes travailleurs des pays riches perdent aux délocalisations du capital. Pour que l'intégration du marché du capital améliore le bien être d'état régulier il faut, selon Buiter, que l'augmentation du rendement du capital investit à l'extérieur soit très élevé. On va montrer que c'est impossible. (Il est impossible que r augmente et w diminue dans les proportions représentées par Buiter).

5.3.2 L'analyse Darreau-Pigalle

Darreau-Pigalle (2014) montrent que les deux pays augmentent leur Bien-Être de long terme seulement si les deux pays sont en autarcie de part et d'autre de la règle d'or. La démonstration est très générale.

- On prend la forme générale de la fonction d'utilité séparable et on utilise les contraintes du modèle OLG pour exprimer l'utilité en fonction du prix des facteurs :

Hypothèse 1 : $U\left(c^j,c^v\right)=u\left(c^j\right)+\dfrac{1}{1+\rho}u\left(c^v\right)$ with $c^j = w-s\left(w,r\right)$ et $c^v=\left(1+r\right).s\left(w,r\right)$

Dans le plan (w,r) la pente d'une courbe d'indifférence est :

$$\frac{dw}{dr}=-\frac{\dfrac{\partial U}{\partial r}}{\dfrac{\partial U}{\partial w}}=-\frac{-\left(s+\left(1+r\right)\dfrac{\partial s}{\partial r}\dfrac{\partial U^c}{\partial c^v}\right)+\left(1+\rho\right)\dfrac{\partial U^c}{\partial c^j}\dfrac{\partial s}{\partial r}}{-\left(1+r\right)\dfrac{\partial U^c}{\partial c^v}\dfrac{\partial s}{\partial w}+\left(1+\rho\right)\dfrac{\partial U^c}{\partial c^j}\left(-1+\dfrac{\partial s}{\partial w}\right)}=-\frac{s}{\left(1+r\right)} \tag{45}$$

- On prend la forme générale d'une fonction de production néoclassique à rendements d'échelle constants et on utilise la condition de rémunération concurrentielle des facteurs :

Hypothèse 2 : $F\left(K,L\right)=Lf(k)$ with $f'(k)>0$ and $f''(k)<0$

Il en résulte qu'en concurrence $w=f\left(k\right)-f'\left(k\right).k$ et $f'\left(k\right)=\left(r+\delta\right)$

Dans le plan (w,R) la pente de la Factor-Price Frontier est (Samuelson 1962) :

$$\frac{dw}{dr}=-\frac{dw/dk}{dr/dk}=\frac{f'(k)-f'(k)-f''(k).k}{f''(k)}=-k \tag{46}$$

- En autarcie, à l'état régulier, dans le modèle OLG, la condition d'équilibre du marché du capital est :

$$s=\left(1+n\right)k \tag{47}$$

Des trois équations précédentes on peut déduire que les pentes de la courbe d'indifférence et de la FPF sont égales si :

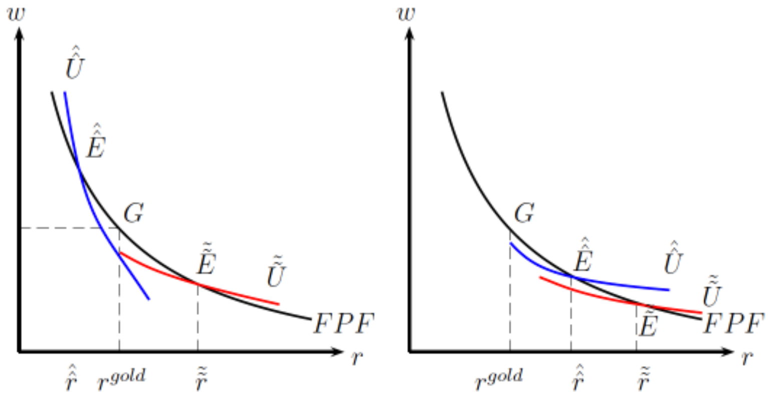
$$IC\ Slope=-\frac{1+n}{1+r}k=-k=FPF\ Slope \tag{48}$$

C'est-à-dire si l'on est à la règle d'or où $r=n$. En dehors de la règle d'or si $n>r$ alors ICslope < FPF slope, si $n<r$ alors ICslope > FPF slope.

Donc dans le plan (w,r), à gauche (droite) de la règle d'or, la pente de la courbe d'indifférence est inférieure (supérieure) à la pente de la FPF. Il en résulte que l'utilité stationnaire augmente pour un pays à gauche (droite) de la règle d'or si et seulement si le ratio de capital diminue (augmente). Puisque lors de l'intégration du marché du capital, le ratio de capital du pays Tilde augmente et celui du pays Chapeau diminue, l'utilité stationnaire du pays Tilde (Chapeau) ne peut augmenter que s'il se trouve en autarcie à gauche (droite) de la règle d'or.

Proposition 6 : Dans le modèle OLG les deux pays ne peuvent augmenter leur bien-être de long terme que si et seulement si les ratios de capital par tête d'autarcie sont de part et d'autre de la règle d'or.

Fig: Courbes d'indifférence et frontière du prix des facteurs



En autarcie, pour les prix donnés $\hat{w}, \hat{r}$ le pays chapeau maximise son utilité en $\hat{E}$. Sur le graphe de gauche, en $\hat{E}$ la pente de la courbe d'indifférence est inférieure à la pente de la FPF. L'utilité peut être plus grande pour un stock de capital plus faible. Pour les prix $\tilde{w}, \tilde{r}$, le pays Tilde est dans la situation inverse, son utilité peut être plus grande pour un stock de capital plus grand. L'intégration du marché du capital augmente l'utilité des deux pays seulement dans le cas où les deux pays sont de chaque côté de la règle d'or, pas dans le cas où le ratio de capital des deux pays est en dessous ou au-dessus de la règle d'or. Sur le graphe de droite une diminution ratio de capital du pays chapeau diminue son utilité stationnaire. Le cas de "Fig : Forte augmentation de r" de Buiter est impossible (Selon la fonction de production néoclassique une telle augmentation de r diminuerait w considérablement ce qui exclut une augmentation de l'utilité).

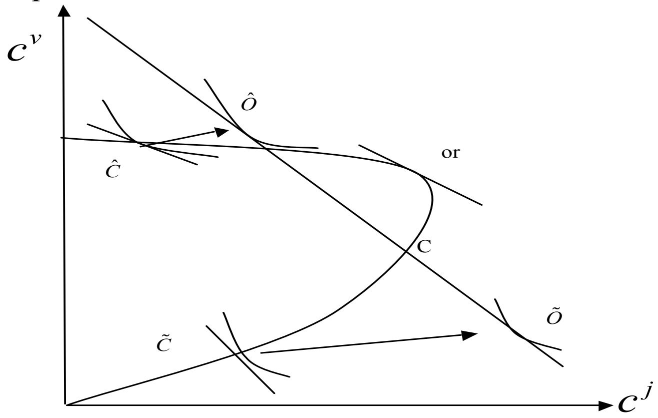
En résumé : L'intégration du marché du capital diminue le capital et le salaire du pays exportateur net de capital. Dans le modèle OLG, l'épargne se fait sur le salaire donc le pays exportateur de capital **ne peut s'enrichir** sauf dans le cas où il a « trop de capital ». Il ne peut gagner en bien-être de long terme à l'intégration du marché du capital que s'il se trouve en autarcie en inefficience dynamique. Cela peut être le cas de la Chine à l'heure actuelle. Mais un pays en efficience ne peut gagner à investir son capital à l'étranger. Maddison (1982) souligne que le ralentissement de la croissance du Royaume-Uni à la fin du 19ème, s'explique par le fait que le R-U fut un exportateur massif de capitaux avec un investissement à l'étranger aussi important que l'investissement intérieur.

5.4 "Global imbalance" ou état régulier ?

On a montré que l'intégration du marché du capital n'est pas mutuellement profitable dans le modèle OLG dans la situation "naturelle" d'efficience. Pour expliquer l'intégration du marché du capital de ces dernières années, on va donc se restreindre au cas où l'intégration est mutuellement avantageuse, c'est à dire au cas où les deux pays sont en autarcie de part et d'autre de la règle d'or. Depuis 20 ans le taux d'intérêt est très faible et on peut supposer que l'on est proche d'une situation d'inefficience. Mais il reste encore deux possibilités.

5.4.1 La Chine en inefficience dynamique $\tilde{r} > r > n > \hat{r}$ (ligne 2)

Les deux économies **gagnent à l'intégration** et le capital par tête du monde se retrouve au point C en efficience dynamique.

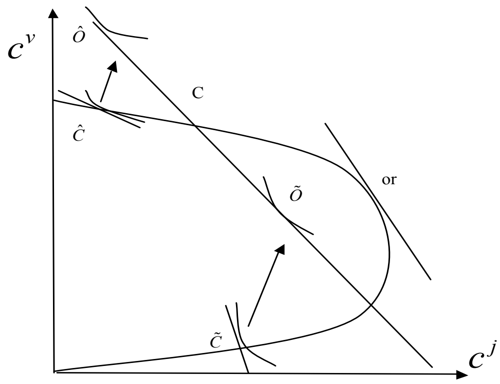


- L'économie Tilde (USA), la plus impatiente, emprunte $\tilde{e} < 0$ puisque $\tilde{r} > r$, augmente son capital par tête, elle est en équilibre en $\tilde{O}$. Elle a, à l'état régulier, un déficit du compte courant $c\tilde{c} < 0$ et un <u>excédent de la balance commerciale</u> $\tilde{z} > 0$ puisque $r > n$[9].
- L'économie Chapeau (Chine), la plus patiente, prête $\hat{e} > 0$ puisque $r > \hat{r}$, diminue son capital par tête, elle est en équilibre en $\hat{O}$. Elle a, à l'état régulier, un excédent du compte courant $c\hat{c} > 0$ et un <u>déficit de la balance commerciale</u> $\hat{z} < 0$ puisque $r > n$[10].

Dans cette configuration le "global imbalance" actuel n'est pas soutenable, à l'état régulier de long terme, la Chine a un déficit, les USA un excédent de la balance commerciale)

5.4.2 Le monde en inefficience dynamique $\tilde{r} > n > r > \hat{r}$ (ligne 3)

Les deux économies **gagnent à l'intégration** et le capital par tête du monde se retrouve au point C en inefficience dynamique.



- L'économie Tilde (USA) la plus impatiente, emprunte $\tilde{e} < 0$ puisque $\tilde{r} > r$, augmente son capital par tête k, elle est en équilibre en $\tilde{O}$. Elle a, à l'état régulier, un déficit du compte courant $c\tilde{c} < 0$ et un <u>déficit de la balance commerciale</u> $\tilde{z} < 0$ puisque $n > r$[11].
- L'économie Chapeau (Chine), la plus patiente, prête $\hat{e} > 0$ puisque $r > \hat{r}$, diminue son capital par tête k, elle est en équilibre en $\hat{O}$. Elle a, à l'état régulier, un excédent du compte courant $c\hat{c} > 0$ et un <u>excédent de la balance commerciale</u> $\hat{z} > 0$ puisque $n > r$[12].

---

[9] La pente de la contrainte est forte (r>n) donc $\uparrow \tilde{c}^j < \downarrow \tilde{c}^v$ donc excédent commercial : $\tilde{z} = C\tilde{O}$

[10] La pente de la contrainte est forte (r>n) donc $\downarrow \hat{c}^j < \uparrow \hat{c}^v$ donc déficit commercial : $\hat{z} = C\hat{O}$

[11] La pente de la contrainte est faible (r<n) donc $\uparrow \tilde{c}^j > \downarrow \tilde{c}^v$ donc déficit commercial : $\tilde{z} = C\tilde{O}$

[12] La pente de la contrainte est faible (r<n) donc $\downarrow \hat{c}^j > \uparrow \hat{c}^v$ donc excédent commercial : $\hat{z} = C\hat{O}$

Si ce cas représente la situation des USA et de la Chine, une telle configuration montrerait que le soi-disant "global imbalances" n'en est paradoxalement pas un et peut perdurer comme situation d'état régulier. C'est une situation avantageuse pour les deux pays. On aurait aussi le paradoxe selon lequel les USA impatients consommeraient éternellement plus que les Chinois Patients. La patience n'est pas récompensée.

Conclusion

L'intégration du marché du capital ne conduit pas nécessairement à un gain en bien être dans le modèle à générations imbriquées. Le préteur ne gagne que quand il a trop de capital en inefficience dynamique.

Dans le modèle OLG quatre cas sont possibles dans le tableau ci-dessus :

Ligne 1 : Ce cas est peu crédible dans le modèle OLG car on a montré que le pays préteur (la chine) ne gagne pas à l'intégration.

Ligne 4 : Ce cas n'est pas étudié car il suppose chaque pays en inefficience dynamique.

Ligne 2 : Dans ce cas le monde est en efficience et la situation de "global imbalance" est insoutenable. Ce cas est en conformité avec l'analyse du modèle d'agent représentatif.

Ligne 3 : Ce cas suppose le monde en inefficience dynamique (un taux d'intérêt mondial très faible, plus faible que le taux de croissance mondial et un " global saving glut"). Curieusement dans ce cas, la situation de "global imbalance" peut durer éternellement, c'est un état régulier, pas un déséquilibre.

On peut admettre que le système de Sécurité Sociale (le "pay as you go") et la Dette Publique sont des politiques économiques qui ont permis de supprimer l'inefficience dynamique aux USA. En revanche la Chine n'a pas pour l'instant instauré un tel système de Sécurité Sociale et n'a pas de Dette Publique. Elle connait des taux d'épargne extrêmement élevés qui peuvent permettre de suspecter une situation d'inefficience dynamique. **L'exportation du capital excessif est un moyen pour la Chine de supprimer cette inefficience.**